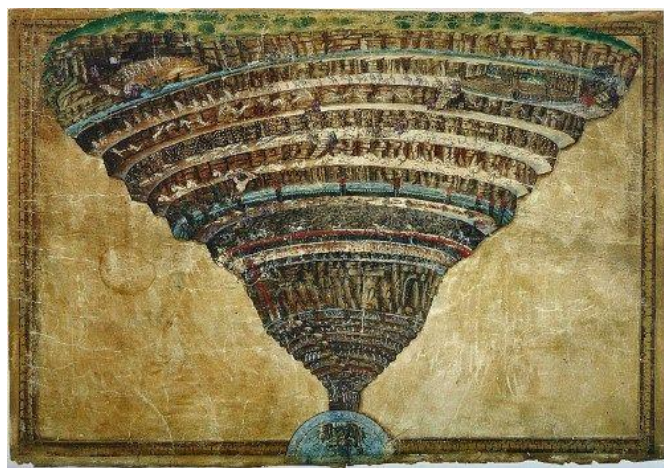


探究型学習に基づく図形単元の カリキュラム開発

: 図形3単元を架橋するカリキュラムの設計と分析



日本数学教育学会全国大会(東京大会)
2026年8月7日(金)

サンドロ・ボッティチェリ作
「地獄の見取り図」 1480-90年

1. はじめに

中学校第3学年数学科 図形単元における問題提起

- 次期学習指導要領では、「総合的な学習の時間」が「総合的な探究の時間」に名称が変更され、各教科と「総合的な探究の時間」との接続が一層進むことが予想される(文部科学省, 2026).
- 探究型学習を通して、定積分について一定の学習ができることを実証している。(成瀬・宮川 2025)
- 中学校第3学年 数学科図形領域では、「図形の相似」、「円周角と中心角の関係」、「三平方の定理」を学習する.

ただ、教師と生徒が先人の見つけた定理を順に見物し、学習を進める「記念碑主義的パラダイム」に準じた構成になっている.

- 探究型学習を用いて、図形3単元を架橋するような問いを設定し、どのような探究が展開されるかを分析しようと考えた.

2. 研究の内容

本実践の目標及び、前提となる手法

- 本実践では、次の数学的知識の学習を目指す。
 - A) 直角三角形の3辺の関係及び三平方の定理を見出すこと
 - B) 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件を見出すこと
 - C) 円周角と中心角の関係を見出すこと(特にタレスの定理)
- 本研究では探究型の学習活動を前提とする。
 - **Study and Research Paths (以下SRP)を用いる**
イヴ・シュヴァールにより提案された、「世界探究パラダイム」に基づいた指導過程のこと。「記念碑主義的パラダイム」に対し、問いQに答えるために、「必要な知識を必要に応じて学習する」、「使えるものは何でも使う」学習活動(宮川他, 2016)である。

2. 研究の内容

本研究における「探究」のフレームワーク Study and Research Paths

- SRPとは？

当初の問いに対する回答を作り上げるために、インターネットをはじめ**使えるものは何でも使い、必要なものは必要に応じて学習する**といった研究者の活動に近い**探究活動**を前提とする」世界探究パラダイムに基づいた指導・学習の過程のこと(宮川他, 2016, p.25)

- SRPは「問い」を重視する
問いを探究する際、前進認知的(procognitive)な態度に基づき学習を行うため、そこで得られた知識には存在理由(raison d'être)が伴う(Chevallard, 2015)。

出典：・宮川健・濱中裕明・大滝孝治(2016)．世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(1)：理論的考察を通して．

全国数学教育学会誌数学教育学研究, 22(2), 25-36.

・Chevallard, Y. (2015). Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counter paradigm. In S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 173-187). Springer.

2. 研究の内容

SRPにおいて中心となる2つの仕組み

- インターネットや教科書、教師などといったメディアの活用を前提としている。具体的には、メディアから既存の回答を見つけ、それをミリュー（複数の回答、複数の作品・仕事）に加え、働きかけることで自らの回答を作り上げるプロセスを想定している。
 - このプロセスを「**メディア・ミリューの往還**」と呼ぶ。（宮川他, 2016）
- 探究が最初の問いや疑問から始まり、それに回答を得ようとするればさらに新たな問いが生じ、ときにはある回答を得てさらに別の問いに取り組むといった、問いと回答を行き来しながら探究が進むことに着目させるものである。
 - このプロセスを「**問いと回答の往還**」と呼ぶ。（宮川他, 2020）

出典：宮川健・濱中裕明・大滝孝治（2016）. 世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(1): 理論的考察を通して.

全国数学教育学会誌数学教育学研究, 22(2), 25-36.

宮川健・大滝孝治（2020）. 教授人間学理論による授業に関わる教師の実践的営みの特徴づけ. 春期研究大会論文集, 8, 45-52.

2. 研究の内容

SRPにおける様々な学習形態(Chevallard,2009)

- オープンなSRP (PER ouverts)
一探究がどこに行くか事前に決めずに進めるSRP
 - 目的づけられたSRP (PER finalisés)
一何らかの教えるべき対象が存在し, それが探究の過程で生じるように設定したSRP
 - 教科横断的なSRP (PER condisciplinaires)
- 数学教育の実践上, 必ずしも新たなものと言うわけではない. あくまでも世界探究パラダイムやSRPという視点からすれば, 問いが生成的な力を持つ問いとなり, SRPで想定される活動が可能になる.

2. 研究の内容

本研究で採用するSRPの形態

- 学習すべき数学的知識が定められているため、どの方向に進むのかわからない探究を通して、それらの知識をその必要性を伴いながら自然に学習することは難しい（成瀬，2025，P23）という見解もあり，本研究でも同様のことが懸念される。
- そこで，本研究でも，成瀬（2025）を手本とする。
生徒が自ら探究の方向性を定め，**問いの追究に必要な知識を学習しているものの，それがその科目で学習すべき内容**になっている探究型授業を設計・実践する。

3. Q0「地獄の大きさを求めよう」

ダンテ「神曲」を使った、地獄の大きさを求める課題の設定

- ガリレオ・ガリレイはダンテ「神曲」の幾何的側面に着目し、地獄を逆円錐構造としてモデル化し、大きさや半径を割り出している。

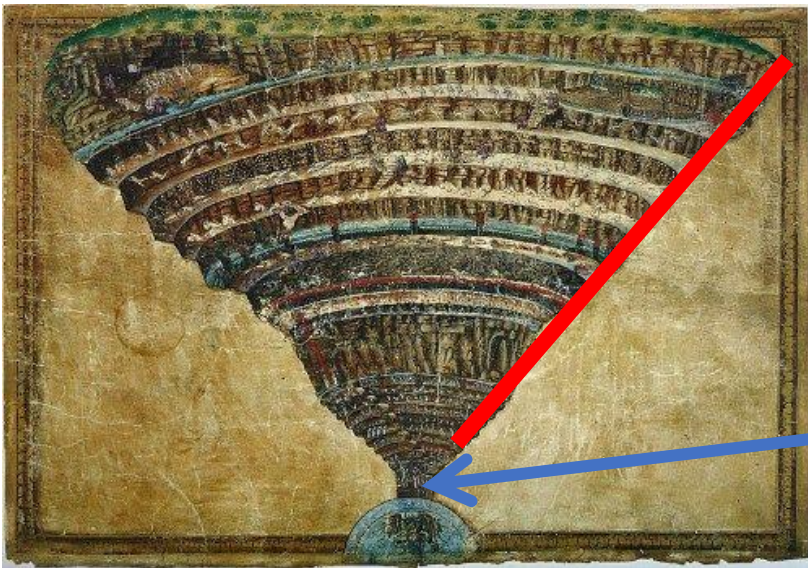
(藤谷 2009)

- これを参考に、以下の図のように円錐の母線の長さと頂角を与え、「地獄の大きさを求めよう」と生徒に提示する。
- この課題を解き明かすために、SRPの思想に基づき、教科書やインターネットで調べることはもちろん、教師と一緒に考えたり、必要な文献を適宜用意したりして、各自探究していくこととする。

3. Q0「地獄の大きさを求めよう」

生徒に提示する問題

地獄は円錐を逆さにした形である。15世紀の画家、サンドロ・ポッティチェリは、「地獄の見取り図」という絵を描いた。母線の長さと頂角の大きさがわかるとき、他の辺々の長さを求めることができるか？



当時地球のおおよ直径はわかっていた。当時の測量結果に基づき母線の長さは、6 3 0 0 kmとする。

頂角の大きさは、6 0 度である。

4. 図形3単元の基本認識論モデル

図形3単元がどのような必要性や存在理由により生じるかを明らかにする

プラクセオロジー分析を行い，図形3単元の基本認識論モデルを構築した．基本認識論モデルは以下の項目に沿って分析をする．

実践部（praxis）	理論部(logos)
T:タスク	θ：テクノロジー
ある特定の種類の課題や活動を指す．	テクニック：τを，どのように行うかという実践のレベルから，どのように語るかという説明・正当化のレベルへと引き上げる役割を担う．
τ：テクニック	Θ：セオリー
ある特定のタスクの類型（T）を遂行するための具体的な方法を指す．	「特定のやり方が正しいとされる最終的な拠り所や，それを支える基本原理」を指し，テクニックやテクノロジーに合理性を与える役割を担う．

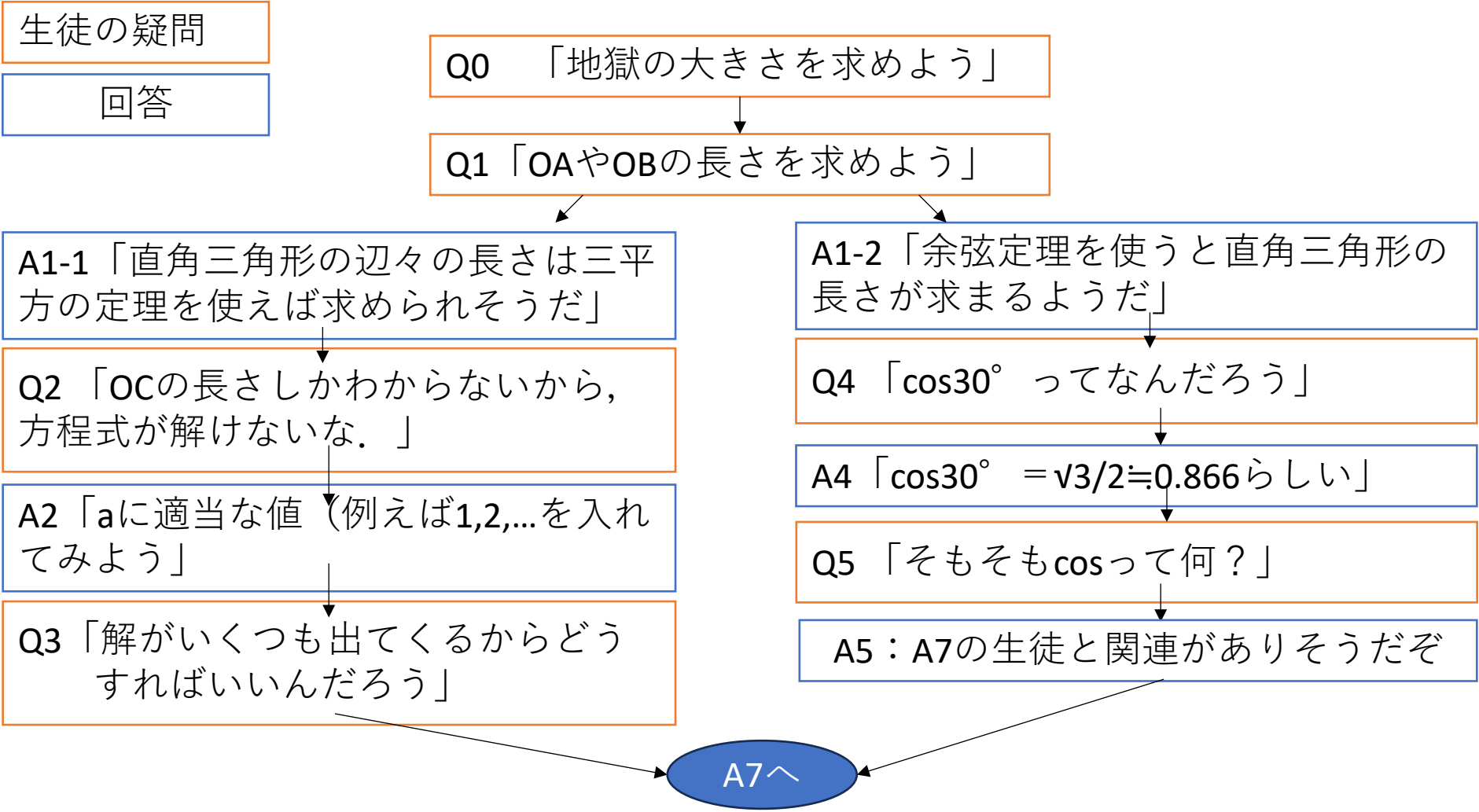
4. 図形3単元の基本認識論モデル

図形3単元がどのような必要性や存在理由により生じるかを明らかにする

実践部 (praxis)	理論部(logos)
T:タスク	θ ：テクノロジー
地獄は円錐を逆さにした形である。母線の長さや頂角の大きさがわかるとき、他の辺々の長さを求めることができるか？	・三平方の定理 ・図形の相似の意味、条件 ・円周角の定理（タレスの定理）
τ ：テクニク	Θ ：セオリー
・縮図をかく ・比の表し方 ・方程式の解き方	・ユークリッド幾何学 ・相似変換 ・同値関係

5. 予想される生徒の探究

三平方の定理(余弦定理)に着目した探究(Q-Aマップを用いて)



5. 予想される生徒の探究

縮図に着目した探究(Q-Aマップを用いて)

生徒の疑問

回答

Q0 「地獄の大きさを求めよう」

Q6 「 $AB = 10\text{cm}$, $\angle OAB = 30^\circ$ の直角三角形をかいてみて、縮図から、辺々の長さを求めてみよう」

A5より

A6 「縮尺は、63,000,000倍. $OB = 3150\text{km}$, $OA = 5418\text{km}$ (くらい)」

Q7 「 OA の長さが人によって、8.6cmや8.7cmだったりするけれどどっち？」

A7 「 $\angle OAB = 30^\circ$ の直角三角形は、辺の比が決まっている. $1 : 2 : \sqrt{3}$
 $AB = 3150\text{km}$, $OA = 5418\text{km}$
これって、三角定規の形だね. 」

Q9 「三平方の定理ってどうやって生まれたのかな？証明はどうやるのかな？」

A8 : 三平方の定理で. $a = 3150$ を代入したら, $b = 5418$ になったぞ. 三平方でも, 直角三角形の辺の比でも求められた.

5. 予想される生徒の探究

タレスの定理(中心角と円周角に関する探究)

生徒の疑問

回答

A8: 三平方の定理で、 $a=3150$ を代入したら、 $b=5418$ になっただ。三平方でも、直角三角形の辺の比でも求められた。

Q9 「 $\angle AOB = 90^\circ$ をつくるにはどうすればいいのだろうか？」

A9-1 「3 : 4 : 5 の直角三角形をかく」

A9-3 「タレスの定理というのを見つけたよ」

Q11 「タレスの定理(中心角と円周角の関係)をみていこう」

A9-2 「OAを底辺として、点Bを通る垂線を引く」

Q10 「どうやって、普通の世界で作図すればいいの？」

A10 「測量で三角測量というのがある。どうやら、三平方の定理や余弦定理と関係があるらしい。」

A1

A8

5. 予想される生徒の探究

教科横断的な探究も行われるのではないかな？

以下のような疑問も生徒から出されると想定される.

- Q「修学旅行で行った国立西洋美術館の『地獄の門』(ロダン作)は、『神曲』の影響を受けて、どのようにつくられたのだろうか？門の大きさも、地獄の大きさを考慮して作られたのだろうか？」
- Q「神曲で、西洋絵画や音楽など文化面でどんな影響があったのだろうか？」
- Q「神曲の原文を読んでみたいな。」

5. 予想される生徒の探究

教科横断的な探究も行われるのではないかな？

- Q「サンドロ・ボッティチェリってほかにどんな絵画を残したのだろう？代表作は？」＜春（プリマヴェーラ）、ヴィーナスの誕生＞など



- STEAM教育，教科横断的なSRP（国語・美術）の可能性も考えられる．

6. 授業の予定

授業化した際の単元の流れ

時数	内容
1 ～ 2 時間目	Q_0 の提示, 解決に向けた探究
3 ～ 4 時間目	第 2 時での探究から派生して生じた問いの探究を行う
5 時間目	探究の成果を発表する

- 「三平方の定理」「相似」などの数学書, 「算数の秘密」「測量の歴史」のような数学の雑学や数学史に関する本を用意する. さらにインターネットや生成AIを用いて, 効果的な探究が行えるようにメディアを整備する.
- 生徒の探究に応じて, 神曲の訳本や, 美術史に関する書籍も用意する.
- 2学期9～10月(図形分野の学習前)にかけて実践予定.