

中学校段階におけるピタゴラス数の探索の教材化

：プログラミングを取り入れた探究活動の検討

1. はじめに

学習指導要領の改訂に伴い、小中高等学校段階を通じたプログラミング教育の充実がより一層図られることとなった。数学教育においても、探究という文脈でプログラミングに取り組むことの重要性が指摘されている（例えば、岸本・宮川、2023）。本稿ではピタゴラス数に着目し、プログラミングをして探究を進める中で、どのような学習の発展を見せるかを明らかにする。第一著者自身が、実際にプログラミングを行い、中学校段階において探究型学習がどのように想定されるかを考察する。

2. 本稿における数学的題材：ピタゴラス数

$a^2+b^2=c^2$ を満たす 3 つの自然数の組 (a, b, c) をピタゴラス数と呼ぶ。中学校第 3 学年では三平方の定理を学習するが、(3, 4, 5) や (5, 12, 13) といったピタゴラス数は教科書でも取り扱われる。今回、探究の最初の問い合わせとして Q₀「平方数を含むピタゴラス数を見つけよう」を設定する。「平方数を含むピタゴラス数」と限定することで、見つけるピタゴラス数が制限される。手計算で見つけることが難しいので、プログラムを組む必要が出てくる。探究の中で、ピタゴラス数の相互の関係や、組んだプログラムの数学的な意味を考察する題材になると考えた。

3. 第一著者による探究の過程

Q₀の答えの 1 つとして (3, 4, 5) があることは知っていたので、9 を含むピタゴラス数を見つけようと考えた。手計算で求めることができなかったため、三平方の定理を $b^2=c^2-a^2$ と変形して、a の値をこちらで指定し、b, c を求めるプログラムを組もうと考えた。例えば、a=3 を入力すると、 c^2-3^2 の演算が始まる。c が a+1 (今回は 4) の値から計算をはじめ、 c^2-a^2 の平方根が整数になったところで演算が止まり、a, b, c の値が表示される。変数が 2 つに減るので、プログラムも容

易になる。ここで a=2 を入力すると、演算が停止しなかった。続けて a=3 を入力したところ、(3, 4, 5) という数の組が出力された。その後 a=4, 5, 6…と入力し、結果が出力されたので、プログラムは完成したと第一著者は考えた。ここで、最初の目標だった平方数 9 を a に入力し、ピタゴラス数を求めた。プログラムからは (9, 12, 15) という数が出力された。 $a^2+b^2=c^2$ を満たすが、インターネットのピタゴラス表には記載がなかった。ここから Q₁「見つけたピタゴラス数は、ネット上のピタゴラス数の表になぜ載っていないのか」を探究しようと考えた。また、他のプログラムを参照したときに、Q₂「自分のプログラムとの違いを知りたい」、Q₃「他者のプログラムは数学的にどんな意味があるのか」と疑問が生まれた。

4. 考察

Q₀から、ピタゴラス数を見つけるプログラムを組んだ。a=2 を入力したところ、演算が終わらなかつたのは、2 を含むピタゴラス数は存在しないからである。また、a=3 以上の自然数を入力すると、ピタゴラス数が出力された。そこから、「なぜ 2 を含むピタゴラス数は存在しないのか」「3 以上の全ての自然数は、ピタゴラス数に現れるのか」という疑問も生まれる。これは、平方剰余を用いて議論ができる。また、今回作成したプログラムでは、「 c^2-a^2 の平方根を取った時に、その値が整数になる」ことを判断させる必要がある。このように、本題材は数学的に発展させることのできるものであり、それ故に Q₀ は“生成的な強い力”を持っていると見ることができる。

引用・参考文献

岸本大・宮川健 (2023). 数学学習におけるプログラミングの居場所：コラッツ予想を題材にした探究型学習を通して. 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 29(1), 41-53.